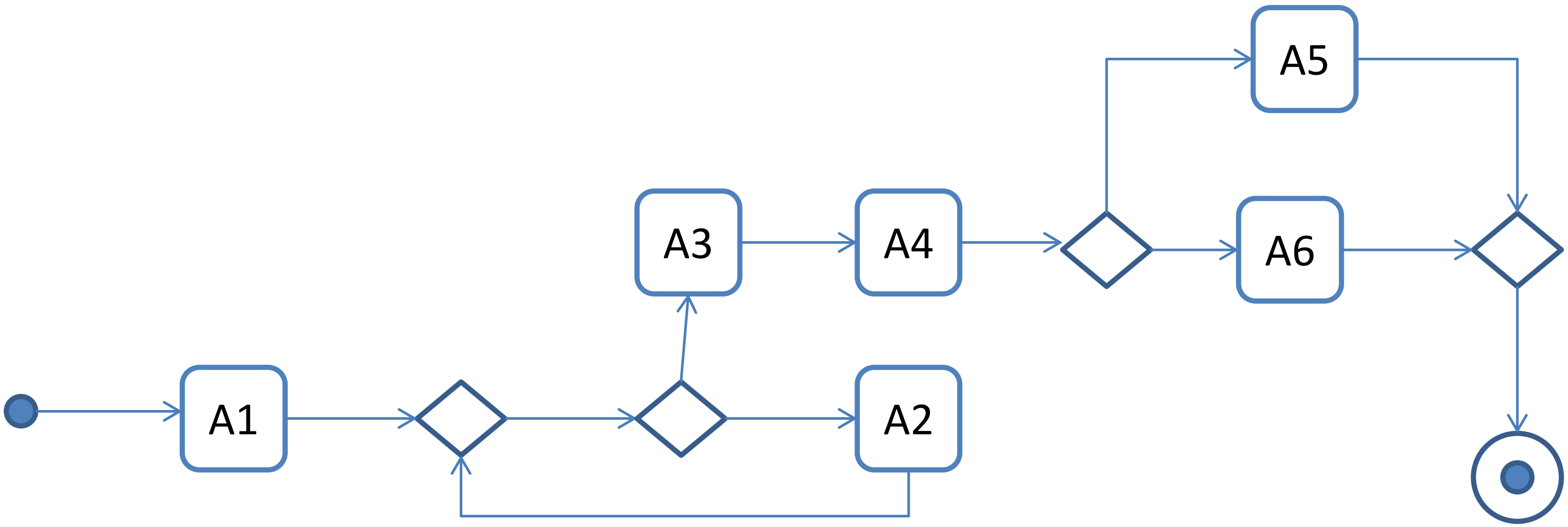
ELABORATO “INGEGNERIA DEL SOFTWARE” a.a. 2013-2014

PROBABILITÀ DI GUASTO

ESEMPIO 1

Modello
privo di strutture parallele



Test suite

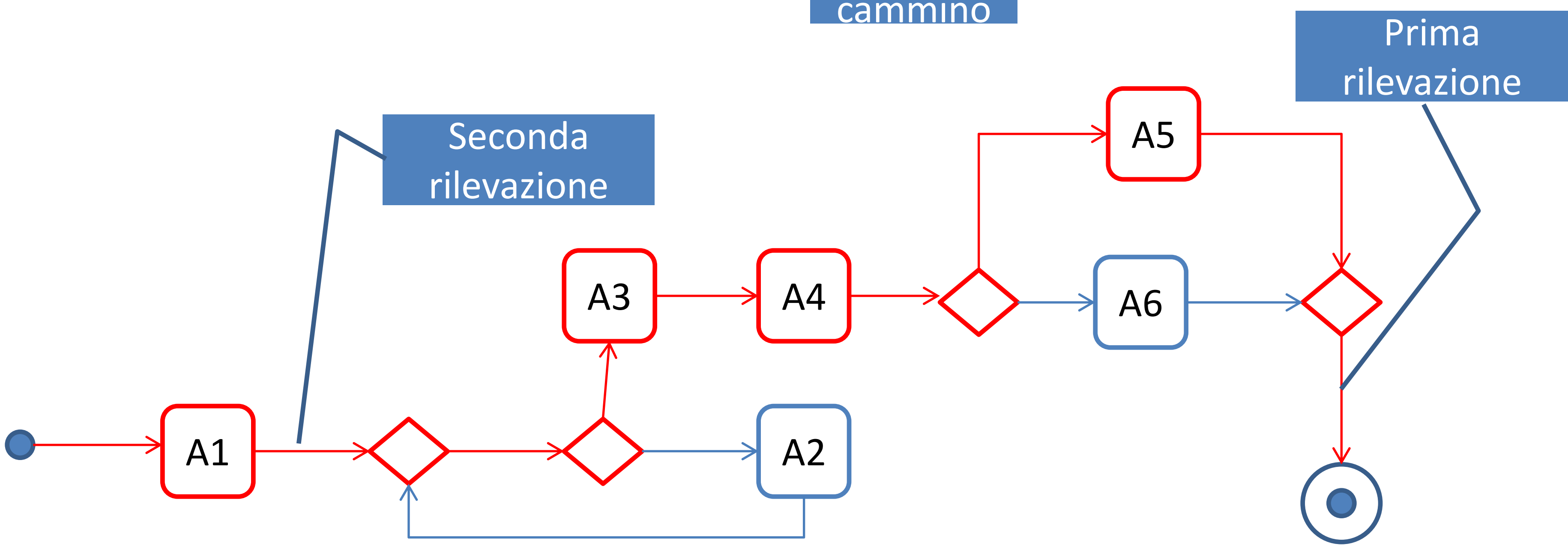
- Contiene 4 test, ciascuno dei quali dà luogo a una prova

Prova 1

Valore della rilevazione

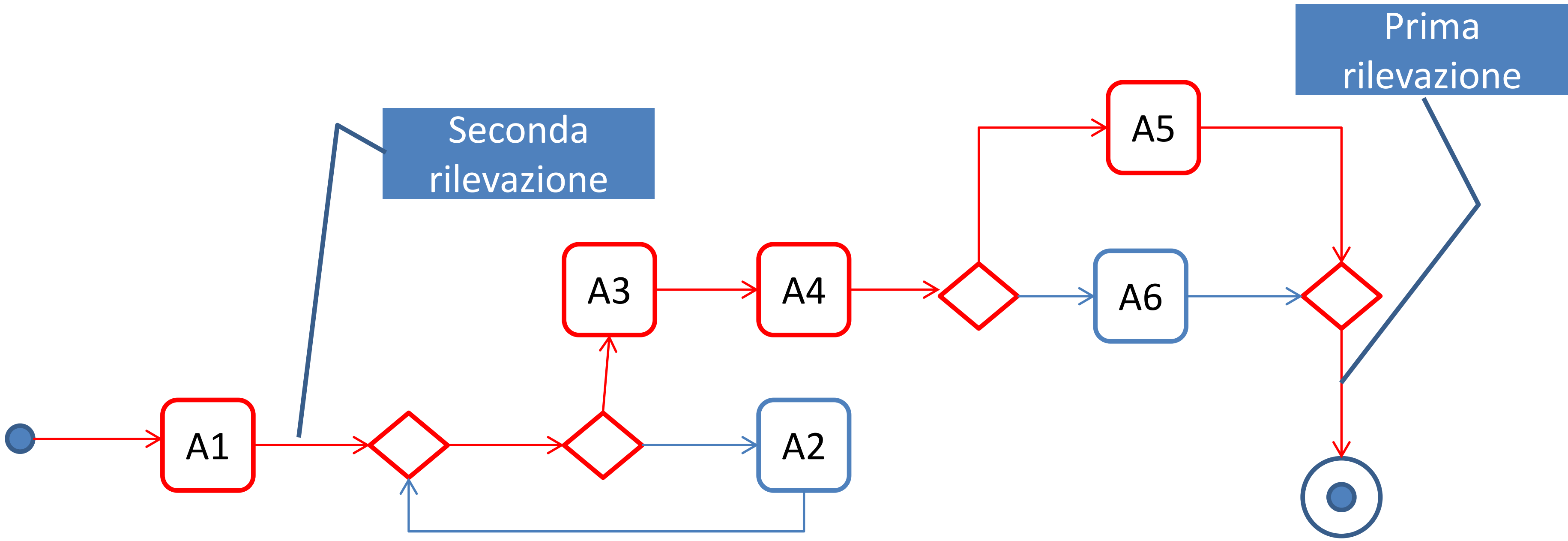
- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK)}

Insieme del cammino



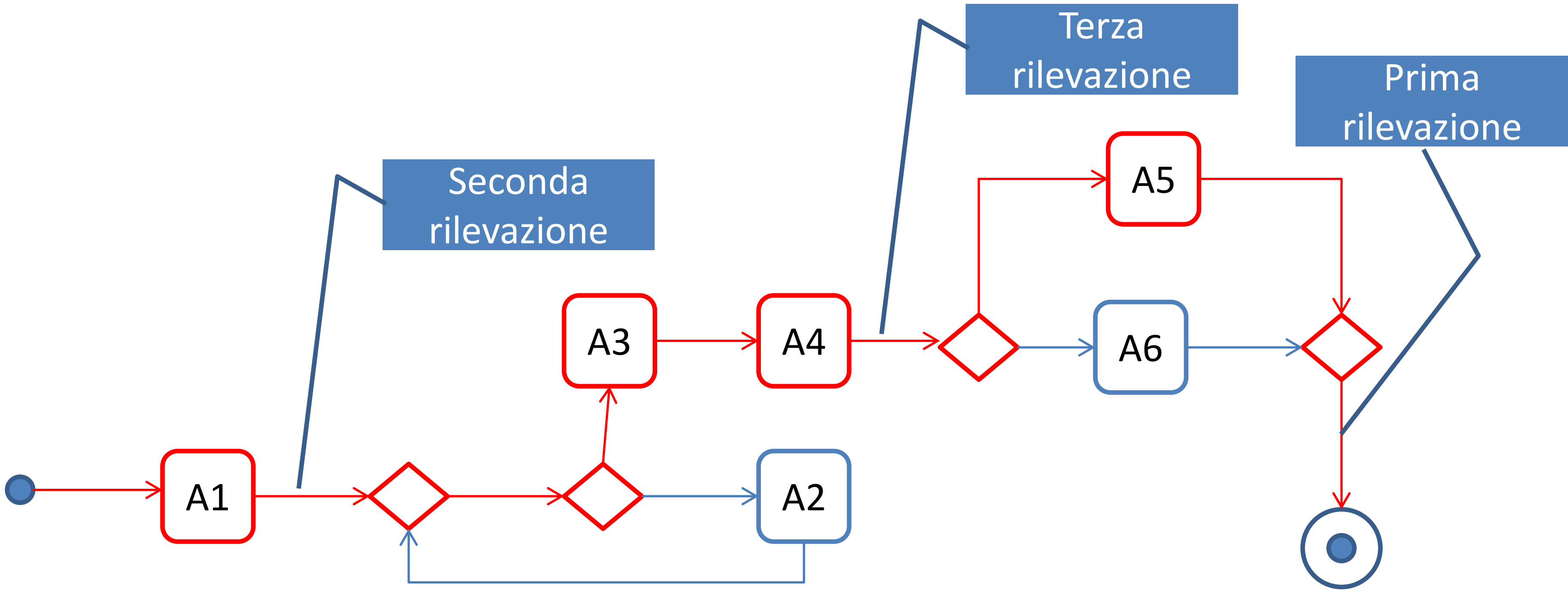
Prova 2

- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK)}



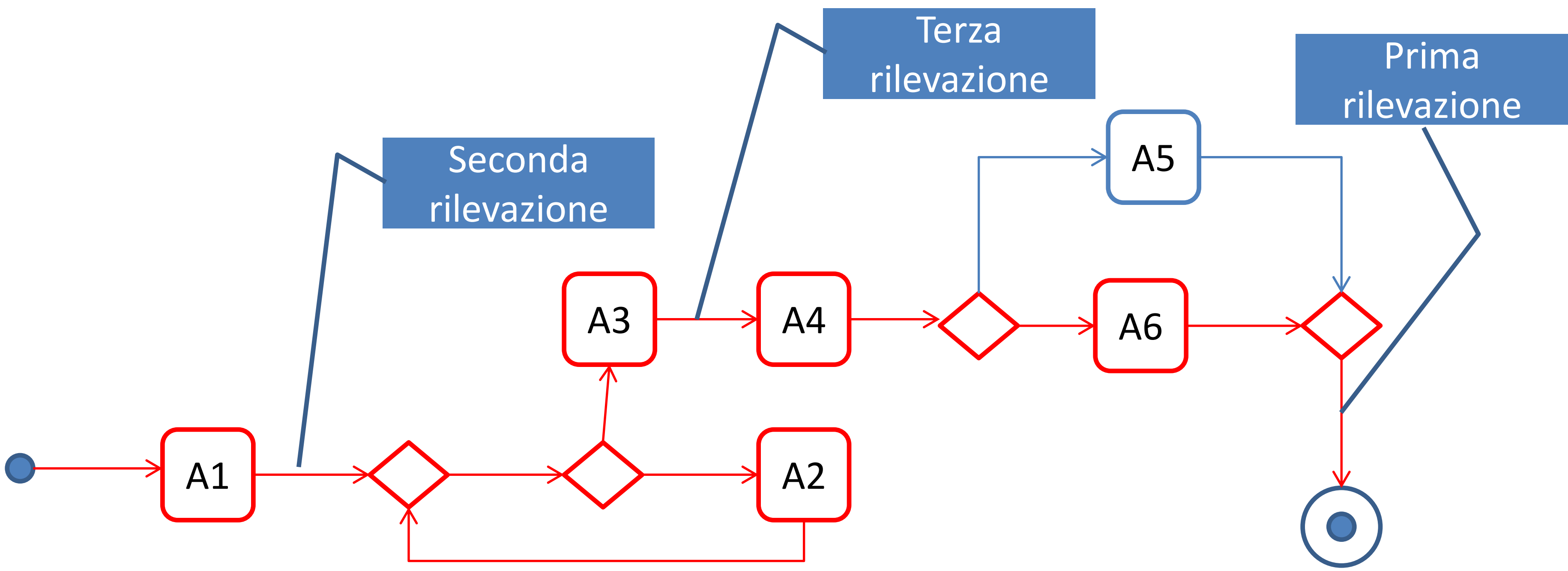
Prova 3

- Insieme di copertura = {(({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK), ({A1,A3,A4},KO)}



Prova 4

- Insieme di copertura = {(({A1,A2,A3,A4,A6},KO), ({A1},OK), ({A1,A2,A3},OK)}



Classi di equivalenza

- Classe 1 = {Prova 1, Prova 2}
  Cardinalità = 2
  Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK)}
- Classe 2 = {Prova 3}
  Cardinalità = 1
  Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK) ({A1,A3,A4},KO)}
- Classe 3 = {Prova 4}
  Cardinalità = 1
  Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6},KO), ({A1},OK), ({A1,A2,A3},OK)}
- In azzurro sono stati indicati i dati di ingresso dell’applicazione (modello escluso)

ESEMPIO 1

METODO 1

Classe 1: diagnosi

- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1		1	1	1	
OK	1					

- Insieme delle diagnosi minimali D1 = {{A3}, {A4}, {A5}}

Classe 2: diagnosi

- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK), ({A1,A3,A4},KO)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1		1	1	1	
OK	1					
KO	1		1	1		

- Insieme delle diagnosi minimali D2 = {{A3}, {A4}}

Classe 3: diagnosi

- Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6},KO), ({A1},OK), ({A1,A2,A3},OK)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1	1	1	1		1
OK	1					
OK	1	1	1			

- Insieme delle diagnosi minimali D3={{A4},{A6}}

Classe 1: probabilità relativa a una singola prova

- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK)} $\rightarrow$ p(A2) e p(A6) sono ignote, p(A1) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1		1	1	1	
OK	1					

- Insieme delle diagnosi minimali D1 = {{A3},{A4},{A5}} $\rightarrow$ p(A3) = p(A4) = p(A5) = 1

Classe 1: probabilità relativa all'intera classe

- Cardinalità = 2
- Probabilità relative alla singola prova: p(A2) e p(A6) ignote, p(A1) = 0, p(A3) = p(A4) = p(A5) = 1
- Probabilità relative all'intera classe: <u>p(A1)</u> = 2 · 0 = 0, <u>p(A2)</u> ignota, <u>p(A3)</u> = <u>p(A4)</u> = <u>p(A5)</u> = 2 · 1 = 2, <u>p(A6)</u> ignota

Classe 2: probabilità relativa a una singola prova e all'intera classe

- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1},OK) ({A1,A3,A4},KO)} $\rightarrow$ p(A2) e p(A6) sono ignote, p(A1) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1		1	1	1	
OK	1					
KO	1		1	1		

- Insieme delle diagnosi minimali D2 = {{A3},{A4}} $\rightarrow$ p(A3) = p(A4) = 1, p(A5) = 0
- Le probabilità relative alla singola prova coincidono con quelle dell'intera classe perché la classe di equivalenza contiene una singola prova

Classe 3: probabilità relativa a una singola prova e all'intera classe

- Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6},KO), ({A1},OK), ({A1,A2,A3},OK)} → p(A5) ignota, p(A1) = p(A2) = p(A3) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6
KO	1	1	1	1		1
~~OK~~	~~1~~					
~~OK~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~			

- Insieme delle diagnosi minimali D3={{A4},{A6}} → p(A4) = p(A6) = 1

Probabilità relative al test suite

- Classe 1 - Cardinalità = 2
  Probabilità relative all'intera classe: p(A1) = 0, p(A2) ignota, p(A3) = p(A4) = p(A5) = 2, p(A6) ignota
- Classe 2 - Cardinalità = 1
  p(A1) = 0, p(A2) ignota, p(A3) = p(A4) = 1, p(A5) = 0, p(A6) ignota
- Classe 3 - Cardinalità = 1
  p(A1) = p(A2) = p(A3) = 0, p(A4) = 1, p(A5) ignota, p(A6) = 1

- P(A1) = (0+0+0)/(2+1+1)=0
- P(A2) = 0/1=0
- P(A3) = (2+1+0)/(2+1+1)=3/4
- P(A4) = (2+1+1)/(2+1+1)=1

P(A5) = (2+0)/(2+1)=2/3

P(A6) = 1/1=1

Elenco ordinato e intervalli di posizione

Probabilità	Azioni
1	A4, A6
3/4	A3
2/3	A5
0	A1, A2

pos(A4) = pos(A6) = [1..2]
pos(A3) = [3..3]
pos(A5) = [4..4]
pos(A1) = pos(A2) = [5..6]

ESEMPIO 1

METODO 2

Probabilità relative al test suite

		A1	A2	A3	A4	A5	A6	
Classe 1	KO	1		1	1	1		1
	OK	1						
	KO	1		1	1	1		1
	OK	1						
Classe 2	KO	1		1	1	1		1
	OK	1						
	KO	1		1	1			1
Classe 3	KO	1	1	1	1		1	1
	OK	1						
	OK	1	1	1				

$P(A1) = 5/\sqrt{(5+5)(5+0)} = 1/\sqrt{2} = 0{,}707$

$P(A2) = 1/\sqrt{(1+1)(1+4)} = 1/\sqrt{10} = 0{,}316$

$P(A3) = 5/\sqrt{(5+1)(5+0)} = \sqrt{5/6} = 0{,}912$

$P(A4) = 5/\sqrt{(5+0)(5+0)} = 1$

$P(A5) = 3/\sqrt{(3+0)(3+2)} = \sqrt{3/5} = 0{,}774$

$P(A6) = 1/\sqrt{(1+0)(1+4)} = 1/\sqrt{5} = 0{,}447$

Elenco ordinato e intervalli di posizione

Probabilità	Azioni
1	A4
$\sqrt{5/6}$ = 0,912	A3
$\sqrt{3/5}$ = 0,774	A5
$1/\sqrt{2}$= 0,707	A1
$1/\sqrt{5}$ = 0,447	A6
$1/\sqrt{10}$ = 0,316	A2

pos(A4) = [1..1]
pos(A3) = [2..2]
pos(A5) = [3..3]
pos(A1) = [4..4]
pos(A6) = [5..5]
pos(A2) = [6..6]

ESEMPIO 1

CONFRONTO

Distanze

Metodo 1

- pos(A1) = [5..6]
- pos(A2) = [5..6]
- pos(A3) = [3..3]
- pos(A4) = [1..2]
- pos(A5) = [4..4]
- pos(A6) = [1..2]

Metodo 2

- pos(A1) = [4..4]
- pos(A2) = [6..6]
- pos(A3) = [2..2]
- pos(A4) = [1..1]
- pos(A5) = [3..3]
- pos(A6) = [5..5]

Distanza per azione

- dis(A1) = 1
- dis(A2) = 0
- dis(A3) = 1
- dis(A4) = 0
- dis(A5) = 1
- dis(A6) = 3

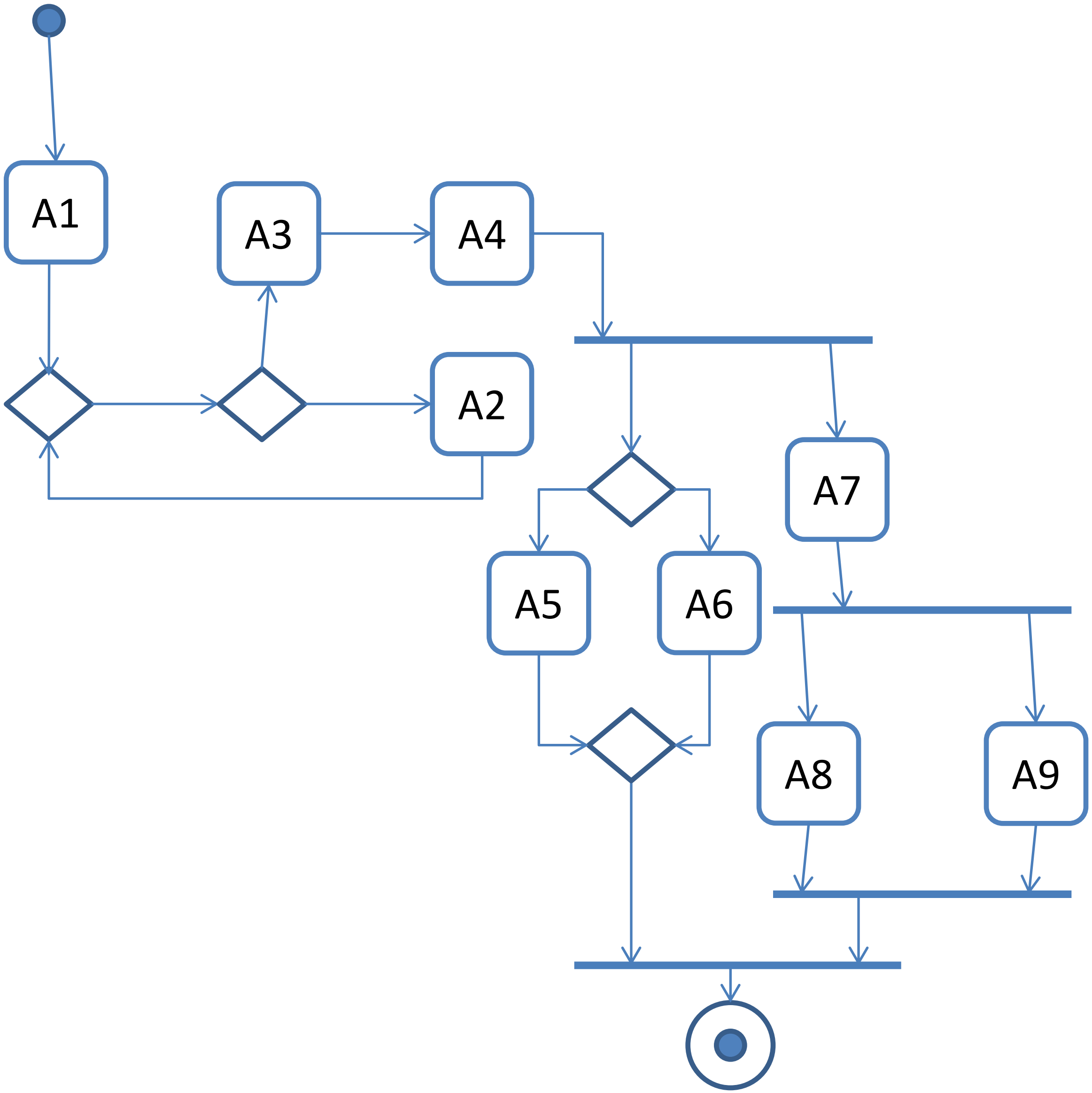
(Numero totale azioni =) Numero azioni condivise = 6

Distanza totale (fra elenchi) = 1+1+1+3 = 6

Distanza media (fra azioni) = 6/6 = 1

ESEMPIO 2

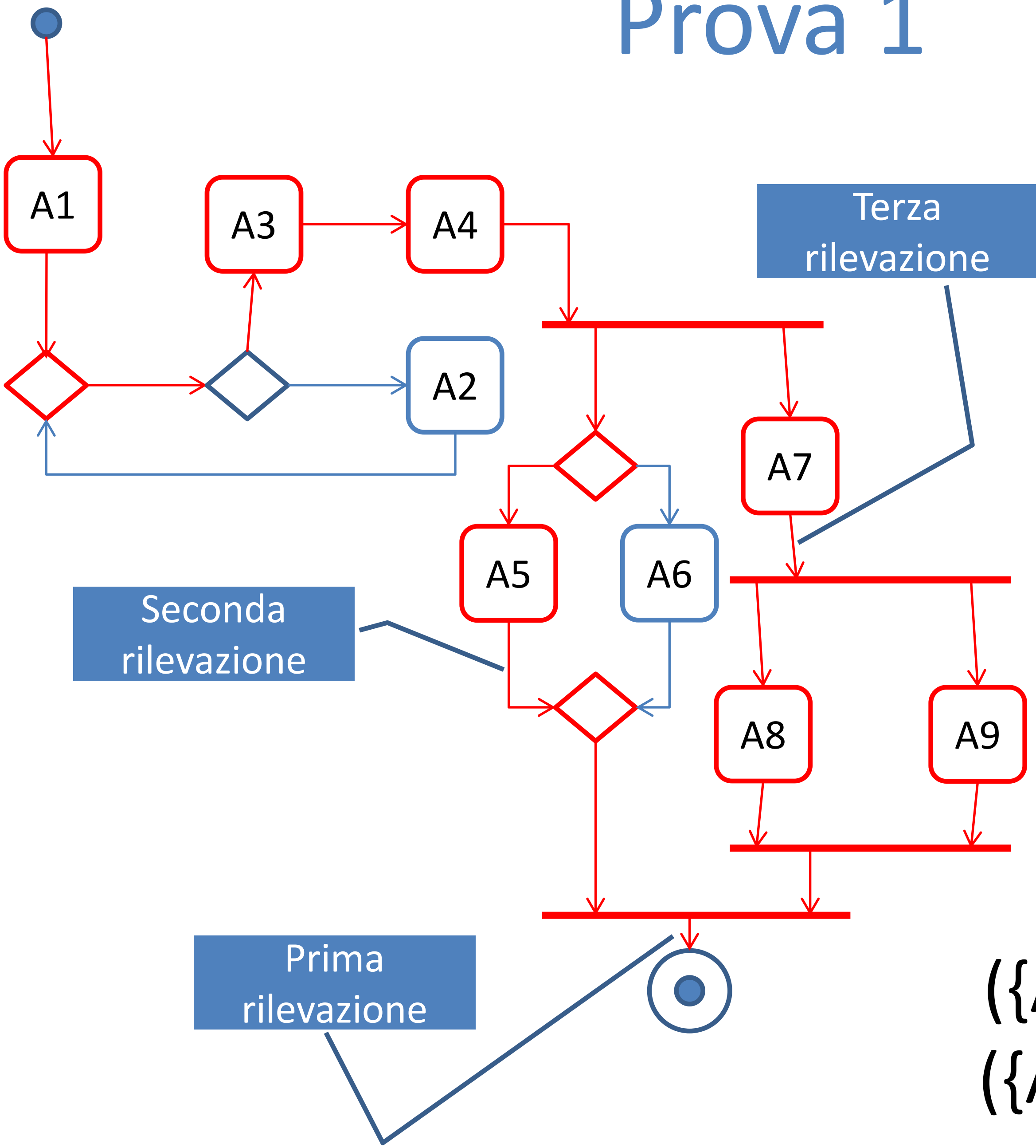
Modello con strutture parallele



Test suite

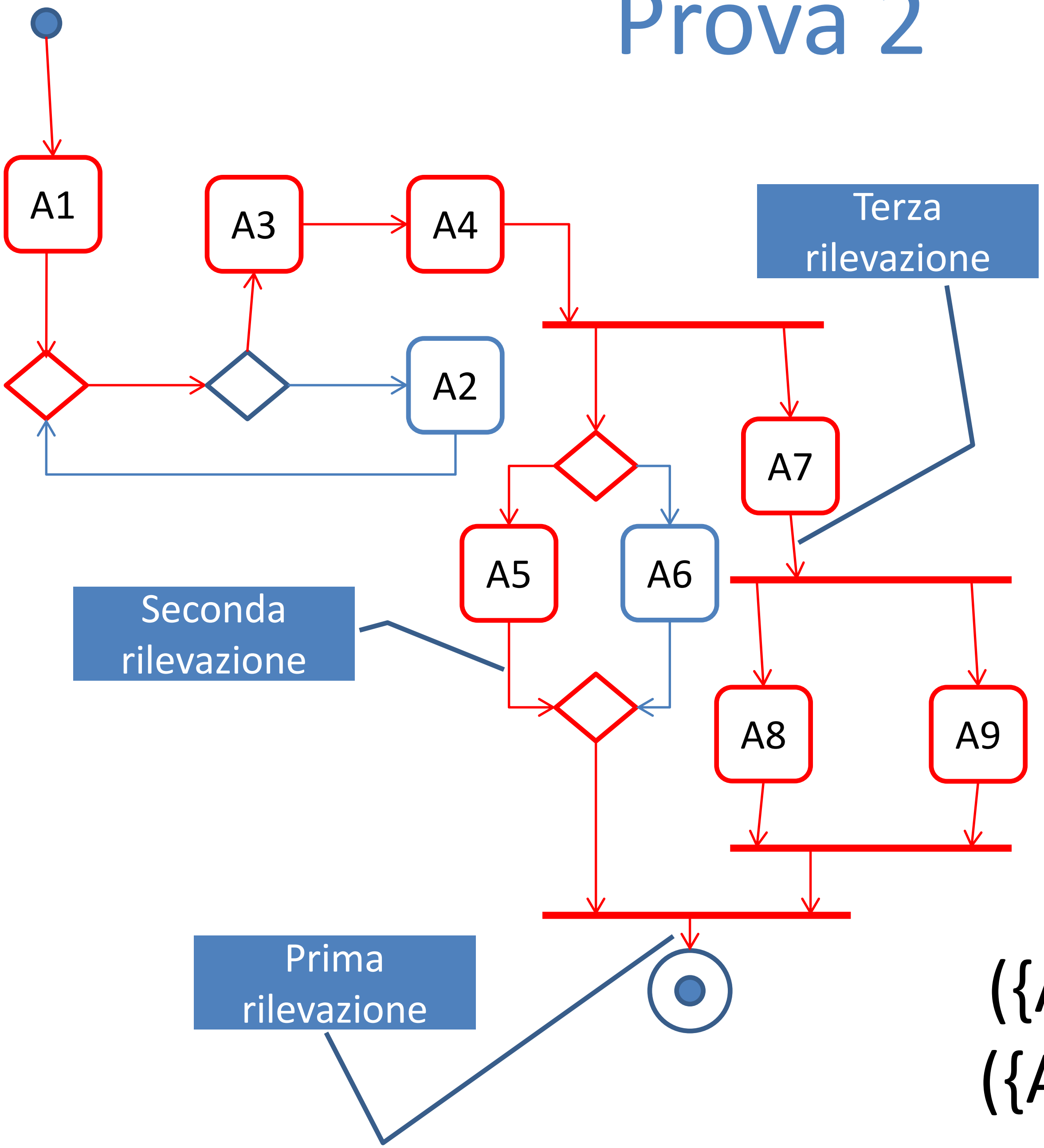
- Contiene 3 test, ciascuno dei quali dà luogo a una prova

Prova 1



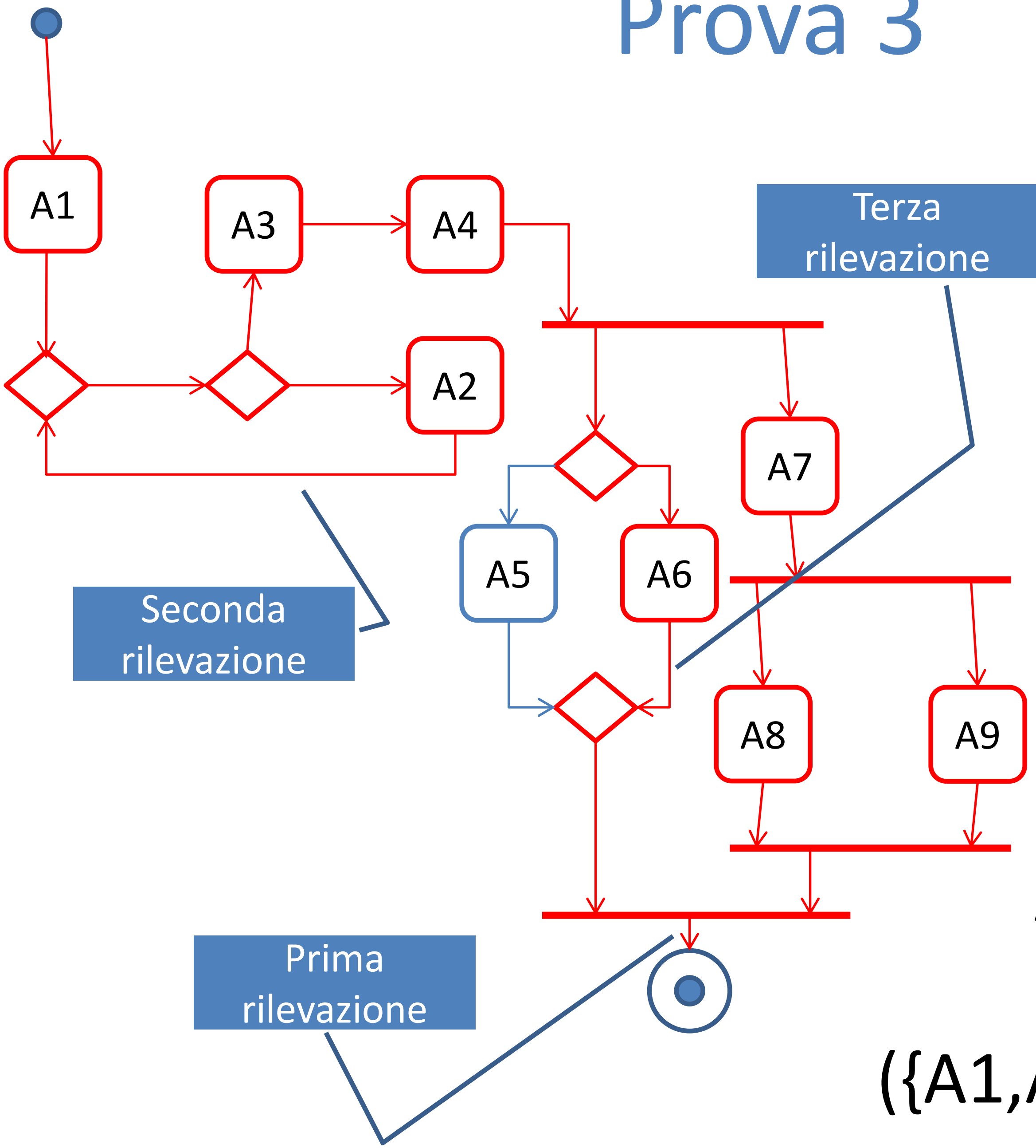
- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5},OK), ({A1,A3,A4,A7},OK)}

Prova 2



- Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5, A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1,A3,A4,A7},OK)}

Prova 3



- Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4, A6,A7,A8,A9},KO), ({A1,A2},OK), ({A1,A2,A3,A4,A6},OK)}

Classi di equivalenza

- Classe 1 = {Prova 1}
  Cardinalità = 1
  Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5},OK), ({A1,A3,A4,A7},OK)}
- Classe 2 = {Prova 2}
  Cardinalità = 1
  Insieme di copertura = {({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5}, KO), ({A1,A3,A4,A7},OK)}
- Classe 3 = {Prova 3}
  Cardinalità = 1
  Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6,A7,A8,A9},KO), ({A1,A2},OK), ({A1,A2,A3,A4,A6},OK)}
- In azzurro sono stati indicati i dati di ingresso dell'applicazione (modello escluso)

ESEMPIO 2

METODO 1

Classe 1: diagnosi

- Insieme di copertura = ({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9}, KO), ({A1,A3,A4,A5},OK), ({A1,A3,A4,A7},OK)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1		1	1	1		1	1	1
OK	1		1	1	1				
OK	1		1	1			1		

- Insieme delle diagnosi minimali D1 = {{A8},{A9}}

Classe 2: diagnosi

- Insieme di copertura =({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1,A3,A4,A7},OK)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1		1	1	1		1	1	1
KO	1		1	1	1				
OK	1		1	1			1		

- Insieme delle diagnosi minimali D2 = {{A5}}

Classe 3: diagnosi

- Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6,A7,A8, A9},KO), ({A1,A2},OK), ({A1,A2,A3,A4,A6},OK)}

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1	1	1	1		1	1	1	1
~~OK~~	1	1							
~~OK~~	1	1	1	1		1			

- Insieme delle diagnosi minimali D3={{A7},{A8},{A9}}

Classe 1: probabilità relativa a una singola prova e all'intera classe

- Insieme di copertura = ({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9}, KO), ({A1,A3,A4,A5},OK), ({A1,A3,A4,A7},OK)} → p(A2) e p(A6) sono ignote, p(A1) = p(A3) = p(A4) = p(A5) = p(A7) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1		1	1	1		1	1	1
OK	1		1	1	1				
OK	1		1	1			1		

- Insieme delle diagnosi minimali D1 = {{A8},{A9}} → p(A8) = p(A9) = 1

Classe 2: probabilità relativa a una singola prova e all'intera classe

- Insieme di copertura =({A1,A3,A4,A5,A7,A8,A9},KO), ({A1,A3,A4,A5},KO), ({A1,A3,A4,A7},OK)} $\rightarrow$ p(A2) e p(A6) sono ignote, p(A1) = p(A3) = p(A4) = p(A7) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1		1	1	1		1	1	1
KO	1		1	1	1				
OK	1		1	1			1		

- Insieme delle diagnosi minimali D2 = {{A5}} $\rightarrow$ p(A5) = 1, p(A8) = p(A9) = 0

Classe 3: probabilità relativa a una singola prova e all'intera classe

- Insieme di copertura = {({A1,A2,A3,A4,A6,A7,A8, A9},KO), ({A1,A2},OK), ({A1,A2,A3,A4,A6},OK)} $\rightarrow$ p(A5) ignota, p(A1) = p(A2) = p(A3) = p(A4) = p(A6) = 0

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9
KO	1	1	1	1		1	1	1	1
OK	1	1							
OK	1	1	1	1		1			

- Insieme delle diagnosi minimali D3={{A7},{A8},{A9}} $\rightarrow$ p(A7) = p(A8) = p(A9) = 1

Probabilità relative al test suite

- Classe 1 - Cardinalità = 1
  Probabilità relative all'intera classe: p(A1) = 0, p(A2) ignota, p(A3) = p(A4) = p(A5) = 0, p(A6) ignota, p(A7) = 0, p(A8) = p(A9) = 1
- Classe 2 - Cardinalità = 1
  p(A1) = 0, p(A2) ignota, p(A3) = p(A4) = 0, p(A5) = 1, p(A6) ignota, p(A7) = p(A8) = p(A9) = 0
- Classe 3 - Cardinalità = 1
  p(A1) = p(A2) = p(A3) = p(A4) = 0, p(A5) ignota, p(A6) = 0, p(A7) = p(A8) = p(A9) = 1

- P(A1) = (0+0+0)/(1+1+1)=0
- P(A2) = 0/1=0
- P(A3) = (0+0+0)/(1+1+1)=0
- P(A4) = (0+0+0)/(1+1+1)=0
- P(A5) = (0+1)/(1+1)=1/2

P(A6) = 0/1=0

P(A7) = (0+0+1)/(1+1+1) = 1/3

P(A8) = (1+0+1)/(1+1+1) = 2/3

P(A9) = (1+0+1)/(1+1+1) = 2/3

Elenco ordinato e intervalli di posizione

Probabilità	Azioni
2/3	A8, A9
1/2	A5
1/3	A7
0	A1,A2,A3,A4,A6

pos(A8) = pos(A9) = [1..2]
pos(A5) = [3..3]
pos(A7) = [4..4]
pos(A1) = pos(A2) = pos(A3) = pos(A4) = pos(A6) = [5..9]

ESEMPIO 2

METODO 2

Probabilità relative al test suite

	A1	A2	A3	A4	A5	A6	A7	A8	A9	
KO	1		1	1	1		1	1	1	1
OK	1		1	1	1					
OK	1		1	1			1			
KO	1		1	1	1		1	1	1	1
KO	1		1	1	1					1
OK	1		1	1			1			
KO	1	1	1	1		1	1	1	1	1
OK	1	1								
OK	1	1	1	1		1				

$P(A1) = 4/\sqrt{(4+5)(4+0)} = 2/3 = 0{,}666$

$P(A2) = 1/\sqrt{(1+2)(1+3)} = 1/2\sqrt{3} = 0{,}288$

$P(A3) = P(A4) = 4/\sqrt{(4+4)(4+0)} = 1/\sqrt{2} = 0{,}707$

$P(A5) = 3/\sqrt{(3+1)(3+1)} = ¾ = 0{,}75$

$P(A6) = 1/\sqrt{(1+1)(1+3)} = 1/2\sqrt{2} = 0{,}353$

$P(A7) = 3/\sqrt{(3+2)(3+1)} = 3/2\sqrt{5} = 0{,}67$

$P(A8) = P(A9) = 3/\sqrt{3(3+1)} = \sqrt{3}/2 = 0{,}866$

Elenco ordinato e intervalli di posizione

Probabilità	Azioni
½ √3 = 0,866	A8,A9
¾ = 0,75	A5
1/√2 = 0,707	A3,A4
3/2√5 = 0,67	A7
2/3 = 0,666	A1
1/2√2 = 0,353	A6
1/2√3 = 0,288	A2

pos(A8) = pos(A9) = [1..2]
pos(A5) = [3..3]
pos(A3) = pos(A4) = [4..5]
pos(A7) = [6..6]
pos(A1) = [7..7]
pos(A6) = [8..8]
pos(A2) = [9..9]

ESEMPIO 1

CONFRONTO

Distanze

Metodo 1	Metodo 2	Distanza per azione
pos(A1) = [5..9]	pos(A1) = [7..7]	dis(A1) = 0
pos(A2) = [5..9]	pos(A2) = [9..9]	dis(A2) = 0
pos(A3) = [5..9]	pos(A3) = [4..5]	dis(A3) = 0
pos(A4) = [5..9]	pos(A4) = [4..5]	dis(A4) = 0
pos(A5) = [3..3]	pos(A5) = [3..3]	dis(A5) = 0
pos(A6) = [5..9]	pos(A6) = [8..8]	dis(A6) = 0
pos(A7) = [4..4]	pos(A7) = [6..6]	dis(A7) = 2
pos(A8) = [1..2]	pos(A8) = [1..2]	dis(A8) = 0
pos(A9) = [1..2]	pos(A9) = [1..2]	dis(A9) = 0

(Numero totale azioni =) Numero azioni condivise = 9

Distanza totale (fra elenchi) = 2

Distanza media (fra azioni) = 2/9 = 0,222

CALCOLO DEGLI HITTING SET MINIMALI

Calcolo degli hitting set minimali (MHS)

Esempio.

Supponiamo di dovere calcolare i MHS della seguente collezione di insiemi (che costituisce il parametro di ingresso dell’algoritmo):

- {B3,B4}
- {A1,A2,B4}
- {A2,A5,B3,B4}

(La soluzione è: {B4} {A1,B3} {A2,B3})

Strutture dati

Sia A la collezione degli insiemi considerata, N il numero degli insiemi che appartengono alla collezione e M il numero di elementi (distinti) che compaiono nell'unione di tali insiemi.

Esempio (cont.)

- A: {{B3,B4}, {A1,A2,B4} ,{A2,A5,B3,B4}}
- N = 3, M = 5 = |{A1,A2,B3,B4,A5}|

Strutture dati (cont.)

Ogni elemento degli N insiemi è univocamente identificata da un intero appartenente all’intervallo [1 .. M].

Esempio (cont.)

- {A1,A2,B3,B4,A5}
- 1 2 3 4 5

Strutture dati (cont.)

La collezione A di N insiemi può essere rappresentata come una matrice $A_{N,M}$, dove il valore del componente $a_{i,j}$ della matrice è 1 se l'elemento j appartiene all'insieme i, 0 altrimenti.

Strutture dati (cont.)

Esempio (cont.)

{A1, A2, B3, B4, A5}

	1	2	3	4	5
• {B3,B4} 1	**0**	**0**	**1**	**1**	**0**
• {A1,A2,B4} 2	1	1	0	1	0
• {A2,B3,B4,A5} 3	0	1	1	1	1

Algoritmo (*brute force*): passi

- $i \leftarrow 1$
- CICLO: Generare il sottoinsieme s_i (non vuoto e distinto rispetto a quelli già generati) degli M interi considerati
- Controllare se s_i è un HS (lo è se il vettore somma delle colonne corrispondenti a tutti gli elementi che appartengono a s_i non contiene alcuno 0); se non lo è, goto INC
- (Se lo è,) controllare, nell'elenco degli HS già trovati (inizialmente vuoto), se $\exists$ un HS h tale che $h \subset s_i$; se è così (cioè, se s_i sicuramente non è un MHS), goto INC

Algoritmo (*brute force*): passi (cont.)

- (Se $\nexists$ h $\subset$ s_i,) controllare, nell'elenco degli HS già trovati, se $\exists$ degli HS h tali che $s_i \subset$ h; se è così, sostituire cumulativamente nell'elenco degli HS tutti questi h con s_i; goto INC
- (Se non è così,) aggiungere s_i all'elenco degli HS
- INC: $i \leftarrow i + 1$
- Se $i \leq 2^M - 1$, goto CICLO
- FINE

Esempio (cont.)

1	2	3	4	5
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Elenco HS

- {4}
- {1,3}
- {2,3}

Sottoinsiemi generati

- {1}
- {2}
- {3}
- {4}
- {5}
- {1,2}
- {1,3}
- {1,4} ({4} $\subseteq$ {1,4})
- {1,5}
- {2,3}

Esempio (cont.)

1	2	3	4	5
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Elenco HS

- $\{4\}$
- $\{1,3\}$
- $\{2,3\}$

Sottoinsiemi generati

- $\{2,4\}$ $(\{4\} \subseteq \{2,4\})$
- $\{2,5\}$
- $\{3,4\}$ $(\{4\} \subseteq \{3,4\})$
- $\{3,5\}$
- $\{4,5\}$ $(\{4\} \subseteq \{4,5\})$
- $\{1,2,3\}$ $(\{1,3\} \subseteq \{1,2,3\})$
- $\{1,2,4\}$ $(\{4\} \subseteq \{1,2,4\})$
- $\{1,2,5\}$
- $\{1,3,4\}$ $(\{4\} \subseteq \{1,2,4\})$
- $\{1,3,5\}$ $(\{1,3\} \subseteq \{1,3,5\})$
- $\{1,4,5\}$ $(\{4\} \subseteq \{1,4,5\})$

Esempio (cont.)

1	2	3	4	5
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Sottoinsiemi generati

- {2,3,4} ({4} $\subseteq$ {2,4})
- {2,3,5} ({2,3} $\subseteq$ {2,3,5})
- {2,4,5} ({4} $\subseteq$ {2,4,5})
- {3,4,5} ({4} $\subseteq$ {3,4,5})
- {1,2,3,4} ({4} $\subseteq$ {1,2,3,4})
- {1,2,3,5} ({1,3} $\subseteq$ {1,2,3,5})
- {1,2,4,5} ({4} $\subseteq$ {1,2,4,5})
- {1,3,4,5} ({4} $\subseteq$ {1,3,4,5})
- {2,3,4,5} ({4} $\subseteq$ {1,3,4,5})
- {1,2,3,4,5} ({4} $\subseteq$ {1,2,3,4,5})

Elenco HS

- {4} cioè {B4}
- {1,3} cioè {A1,B3}
- {2,3} cioè {A2,B3}

Alla fine dell’esecuzione, questi sono i MHS

Osservazione 1

- Se i sottoinsiemi vengono generati in ordine di cardinalità non decrescente, la condizione $s_i \subset h$ è sempre falsa $\rightarrow$ effettuare il controllo relativo è inutile

(Dimostrazione

- $\forall h$ contenuto nell'elenco degli HS, $|s_i| \geq |h|$
- Se $|s_i| = |h| \rightarrow s_i \not\subset h$
  in particolare $h \neq s_i$ perché, per costruzione, s_i è distinto da tutti i sottoinsiemi già generati, fra cui h
- Se $|s_i| > |h| \rightarrow s_i \not\subset h$)

Osservazione 2

Se i sottoinsiemi vengono generati in ordine di cardinalità non decrescente, gli HS che vengono inseriti nell'elenco (nello stesso ordine di generazione) sono MHS

Osservazione 3

Se un singoletto è un HS, esso è un MHS e nessun suo superinsieme è un MHS $\rightarrow$ generare i suoi superinsiemi è inutile

Esempio (cont.)

1	2	3	4	5
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	1	0	1	0
0	1	1	1	1

h = {4} è un MHS, tutti i suoi superinsiemi s_i sono HS ma nessuno di essi è stato posto nell'elenco degli HS perché $h \subset s_i$

Algoritmo (*brute force*) migliorato: passi

- Generare tutti i sottoinsiemi singoletti degli M interi considerati; salvare ogni singoletto che è un HS, cioè la cui colonna non contiene alcuno 0, in un elenco a parte (distinto da quello degli HS), sottrarre il singoletto dall'insieme degli M interi considerati e rimuovere tale colonna dalla matrice A
- $i \leftarrow 1$
- CICLO: Generare, secondo un ordine di cardinalità non decrescente, il sottoinsieme s_i (non vuoto e distinto rispetto a quelli già generati) degli M' interi rimasti, a partire dalla cardinalità 2

Algoritmo (*brute force*) migliorato: passi (cont.)

- Controllare se s_i è un HS; se non lo è, goto INC
- (Se lo è,) controllare, nell'elenco degli HS già trovati, se $\exists$ un HS h tale che $h \subset s_i$; se è così, goto INC
- (Se non è così,) aggiungere s_i all'elenco degli HS
- INC: $i \leftarrow i + 1$
- Se $i \leq 2^{M'} - M' - 1$, goto CICLO
- (altrimenti) aggiungere all'elenco degli HS l'elenco dei singoletti HS
- FINE

Esempio (cont.)

1	2	3	4	5
0	**0**	**1**	**1**	**0**
1	1	0	1	0
0	1	1	1	1

Elenco singoletti HS

- {4}

Elenco HS

- {1,3}
- {2,3}

Sottoinsiemi generati

- {1,2}
- {1,3}
- {1,5}
- {2,3}
- {2,5}
- {3,5}
- {1,2,3} $(\{1,3\} \subseteq \{1,2,3\})$
- {1,2,5}
- {1,3,5} $(\{1,3\} \subseteq \{1,3,5\})$
- {2,3,5} $(\{2,3\} \subseteq \{2,3,5\})$
- {1,2,3,5} $(\{1,3\} \subseteq \{1,2,3,5\})$

Osservazione 4

La cardinalità massima di un MHS di una collezione di N insiemi è N $\rightarrow$ generare sottoinsiemi (degli M’ elementi rimasti) di cardinalità maggiore di N è inutile